# 第３講　実数・絶対値・１次不等式

**例題３－１**

次の値を求めよ.

(1)　$|5|$　(2)　$|-3|$　(3)　$|\sqrt{3}-2|$　(4)　$\sqrt{(-4)^2}$

**【Point Pickup】**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 3 ー 1**

次の値を求めよ.

(1)　$|\pi-4|$　(2)　$x \geqq 3$ のとき　$|x-3|$　(3)　$a<2$ のとき　$\sqrt{(a-2)^2}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題３－２**

(1)　次の式の分母を有理化せよ．

(ア)　$\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$　　(イ)　$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を $a$，小数部分を $b$ とするとき，$a$，$b$ の値を求めよ．

**【Point Pickup】**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題３－２**

(1)　次の式の分母を有理化せよ．

(ア)　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$　　(イ)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

(2)　$\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ の整数部分を $a$，小数部分を $b$ とするとき，$a$，$b$ の値を求めよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題３－３**

(1)　次の不等式・連立不等式を解け.

(ア)　$3(2x-1)<8x-1$

(イ)　$\begin{cases} 4x+5>25-x \\ \dfrac{3x-1}{2} \leqq \dfrac{2(x+5)}{3}+2 \end{cases}$

(ウ)　$-2x+1<3x+4<2(3x-4)$

(2)　$\dfrac{6x+1}{6} \geqq \dfrac{5}{3}x-\dfrac{5}{2}$ を満たす自然数 $x$ を求めよ.

**【Point Pickup】**



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題3－3**

(1)　次の不等式・連立不等式を解け.

(ア) $\begin{cases} 5x+2 \geqq 4x-1 \\ 5x-3 > 8x+5 \end{cases}$　　(イ) $8(x+2) < 5x+1 \leqq 3(x-4)$

(2)　不等式 $\dfrac{x+8}{2} < \dfrac{4}{3}x+1$ を満たす最小の整数 $x$ を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題３－４**

次の方程式・不等式を解け.

(1)　$|x-2|=3$　　(2)　$|2x-1|<5$　　(3)　$|3x+2|\geqq 4$

(4)　$|x+4|=5x$

**【Point Pickup】**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題３－４**

次の方程式・不等式を解け.

(1)　$|x+5|=2$　　(2)　$|3x+2|\leqq 3$　　(3)　$|x-1|\geqq 2$

(4)　$|x-3|=-2x$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第３講　実数・絶対値・１次不等式

(1)　$|x-2|$ は　$x \geqq 2$ のとき [ア]　　$x<2$ のとき [イ]　である.

[ア], [イ] に当てはまるものを次の①～④から選べ.

①　$x-2$　　②　$x+2$　　③　$-x+2$　　④　$-x-2$

(2)　$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を $a$, 小数部分を $b$ とするとき,

$a=$ [ウ], $\dfrac{1}{b}=\dfrac{\sqrt{[エ]}+[オ]}{2}$　である.

(3)　$x-6<3x-4 \leqq 2x+1$ を満たす整数 $x$ は [カ] 個ある.

(4)　次の不等式の解を求めよ.

(ア)　$|x-3| \leqq 5$　　$-$[キ]$\leqq x \leqq$[ク]

(イ)　$|3x+2|>4$　　$x<-$[ケ], $\dfrac{[コ]}{[サ]}<x$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第3講　実数・絶対値・1次不等式

**例題3－1**
次の値を求めよ.
(1) $|5|$　(2) $|-3|$　(3) $|\sqrt{3}-2|$　(4) $\sqrt{(-4)^2}$

(1) $|5|=\mathbf{5}$
(2) $|-3|=-(-3)=\mathbf{3}$
(3) $\sqrt{3}=1.732\cdots<2$ より　$\sqrt{3}-2<0$　　よって　$|\sqrt{3}-2|=-(\sqrt{3}-2)=\mathbf{-\sqrt{3}+2}$
(4) $\sqrt{(-4)^2}=|-4|=-(-4)=\mathbf{4}$

**類題3－1**
次の値を求めよ.
(1) $|\pi-4|$　(2) $x\geqq 3$ のとき　$|x-3|$　(3) $a<2$ のとき　$\sqrt{(a-2)^2}$

(1) $\pi=3.14\cdots<4$　より　$\pi-4<0$　よって　$|\pi-4|=-(\pi-4)=\boldsymbol{-\pi+4}$
(2) $x\geqq 3$ のとき　$x-3\geqq 0$　よって　$|x-3|=\boldsymbol{x-3}$
(3) $a<2$ のとき　$a-2<0$　よって　$\sqrt{(a-2)^2}=|a-2|=-(a-2)=\boldsymbol{-a+2}$

**例題3－2**
(1) 次の式の分母を有理化せよ.
　(ア) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$　(イ) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$
(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を $a$，小数部分を $b$ とするとき，$a$，$b$ の値を求めよ.

(1)(ア) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{6-2}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

(イ) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{1}{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}}=\dfrac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}$

$=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-3}=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+2-3}=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2-1}=2+\sqrt{2}$

$1<\sqrt{2}<2$　より　$\sqrt{2}$ の整数部分は1
よって　$2+\sqrt{2}$ の整数部分は　$a=\mathbf{3}$
小数部分は　$b=(2+\sqrt{2})-a=2+\sqrt{2}-3=\boldsymbol{-1+\sqrt{2}}$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題３－２**

(1)　次の式の分母を有理化せよ.

　(ア)　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$　　　(イ)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

(2)　$\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ の整数部分を $a$，小数部分を $b$ とするとき，$a$，$b$ の値を求めよ.

(1)(ア)　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\dfrac{4-4\sqrt{3}+3}{4-3}=\mathbf{7-4\sqrt{3}}$

(イ)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}\}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-5}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{5+2\sqrt{6}-5}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$

$=\dfrac{\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}{2\times 6}=\mathbf{\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12}}$

(2)　$\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}=\dfrac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=\dfrac{7(3-\sqrt{2})}{9-2}=3-\sqrt{2}$

$1<\sqrt{2}<2$　より　$3-\sqrt{2}$ の整数部分は　$a=\mathbf{1}$

小数部分は　$b=(3-\sqrt{2})-1=\mathbf{2-\sqrt{2}}$

**例題３－３**

(1)　次の不等式・連立不等式を解け.

　(ア)　$3(2x-1)<8x-1$　　　(イ)　$\begin{cases} 4x+5>25-x \\ \dfrac{3x-1}{2}\leqq\dfrac{2(x+5)}{3}+2 \end{cases}$

　(ウ)　$-2x+1<3x+4<2(3x-4)$

(2)　$\dfrac{6x+1}{6}\geqq\dfrac{5}{3}x-\dfrac{5}{2}$ を満たす自然数 $x$ を求めよ.

(1)(ア)　$3(2x-1)<8x-1$

$6x-3<8x-1$

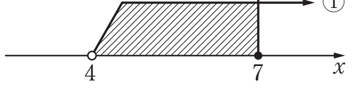
$-2x<2$　　よって　$\boldsymbol{x>-1}$

(イ)　$\begin{cases} 4x+5>25-x & \cdots\cdots① \\ \dfrac{3x-1}{2}\leqq\dfrac{2(x+5)}{3}+2 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①より　$5x>20$　　$x>4$

②より　$3(3x-1)\leqq 4(x+5)+12$

$9x-3\leqq 4x+20+12$　　$5x\leqq 35$　　$x\leqq 7$




①，②の共通部分を求めて　$\boldsymbol{4<x\leqq 7}$



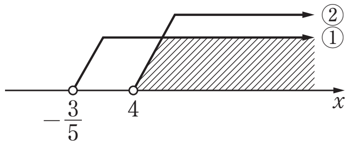
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(ウ) $\begin{cases} -2x+1<3x+4 & \cdots\cdots① \\ 3x+4<2(3x-4) & \cdots\cdots② \end{cases}$

①より　$-5x<3$　　$x>-\dfrac{3}{5}$

②より　$3x+4<6x-8$　　$-3x<-12$　　$x>4$

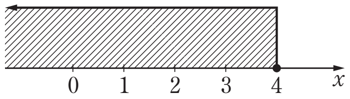
①，②の共通部分を求めて $\boldsymbol{x>4}$




(2)　$\dfrac{6x+1}{6} \geqq \dfrac{5}{3}x-\dfrac{5}{2}$　より

$6x+1 \geqq 10x-15$　　$-4x \geqq -16$　　$x \leqq 4$

これを満たす自然数 $x$ は　$\boldsymbol{x=1,\ 2,\ 3,\ 4}$




**類題 3 − 3**

(1)　次の不等式・連立不等式を解け.

(ア) $\begin{cases} 5x+2 \geqq 4x-1 \\ 5x-3>8x+5 \end{cases}$　　(イ)　$8(x+2)<5x+1 \leqq 3(x-4)$

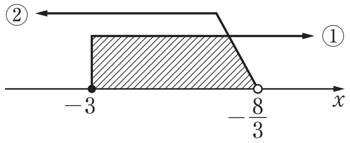
(2)　不等式 $\dfrac{x+8}{2}<\dfrac{4}{3}x+1$ を満たす最小の整数 $x$ を求めよ.

(1)(ア) $\begin{cases} 5x+2 \geqq 4x-1 & \cdots\cdots① \\ 5x-3>8x+5 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①より　$x \geqq -3$

②より　$-3x>8$　　$x<-\dfrac{8}{3}$

①，②の共通部分をとって $\boldsymbol{-3 \leqq x < -\dfrac{8}{3}}$

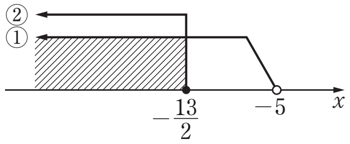



(イ) $\begin{cases} 8(x+2)<5x+1 & \cdots\cdots① \\ 5x+1 \leqq 3(x-4) & \cdots\cdots② \end{cases}$

①より　$8x+16<5x+1$　　$3x<-15$　　$x<-5$

②より　$5x+1 \leqq 3x-12$　　$2x \leqq -13$　　$x \leqq -\dfrac{13}{2}$

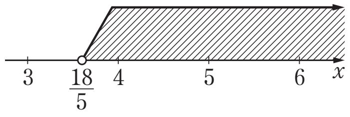
①，②の共通部分をとって　$\boldsymbol{x \leqq -\dfrac{13}{2}}$




(2)　$\dfrac{x+8}{2}<\dfrac{4}{3}x+1$　より　$3(x+8)<8x+6$

$3x+24<8x+6$　　$-5x<-18$　　$x>\dfrac{18}{5}=3.6$

これを満たす最小の整数 $x$ は　$\boldsymbol{x=4}$




ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題３－４**
次の方程式・不等式を解け.
(1) $|x-2|=3$　(2) $|2x-1|<5$　(3) $|3x+2|\geqq 4$
(4) $|x+4|=5x$

(1) $|x-2|=3$　より　$x-2=\pm 3$
　$x-2=3$　より　$x=5$　　$x-2=-3$　より　$x=-1$　　よって　$\boldsymbol{x=5,\ -1}$
(2) $|2x-1|<5$　より　$-5<2x-1<5$　　$-4<2x<6$　　よって　$\boldsymbol{-2<x<3}$
(3) $|3x+2|\geqq 4$　より　$3x+2\leqq -4,\ 4\leqq 3x+2$　　$3x\leqq -6,\ 2\leqq 3x$
　よって　$\boldsymbol{x\leqq -2,\ \frac{2}{3}\leqq x}$
(4) $|x+4|=5x$
　$x\geqq -4$ のとき　$x+4=5x$　　$x=1$　　これは　$x\geqq -4$ を満たす.
　$x<-4$ のとき　$-x-4=5x$　　$x=-\frac{2}{3}$　　これは　$x<-4$ を満たさず不適.
　したがって求める解は　$\boldsymbol{x=1}$

**類題３－４**
次の方程式・不等式を解け.
(1) $|x+5|=2$　(2) $|3x+2|\leqq 3$　(3) $|x-1|\geqq 2$
(4) $|x-3|=-2x$

(1) $|x+5|=2$　より　$x+5=\pm 2$
　つまり　$x+5=2,\ x+5=-2$　より　$\boldsymbol{x=-3,\ -7}$
(2) $|3x+2|\leqq 3$　より　$-3\leqq 3x+2\leqq 3$　　$-5\leqq 3x\leqq 1$　　よって　$\boldsymbol{-\frac{5}{3}\leqq x\leqq \frac{1}{3}}$
(3) $|x-1|\geqq 2$　より　$x-1\leqq -2,\ 2\leqq x-1$　　よって　$\boldsymbol{x\leqq -1,\ 3\leqq x}$
(4) $|x-3|=-2x$
　$x\geqq 3$ のとき　$x-3=-2x$　　$x=1$　　これは　$x\geqq 3$ を満たさず不適.
　$x<3$ のとき　$-x+3=-2x$　　$x=-3$　　これは　$x<3$ を満たす.
　したがって求める解は　$\boldsymbol{x=-3}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第3講　実数・絶対値・1次不等式

(1)　$|x-2|$ は　$x \geqq 2$ のとき $\boxed{\text{ア}}$　　$x<2$ のとき $\boxed{\text{イ}}$ である．

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを次の①～④から選べ．

①　$x-2$　　②　$x+2$　　③　$-x+2$　　④　$-x-2$

(2)　$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を $a$，小数部分を $b$ とするとき，

$a=\boxed{\text{ウ}}$，$\dfrac{1}{b}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}+\boxed{\text{オ}}}{2}$ である．

(3)　$x-6<3x-4 \leqq 2x+1$ を満たす整数 $x$ は $\boxed{\text{カ}}$ 個ある．

(4)　次の不等式の解を求めよ．

(ア)　$|x-3| \leqq 5$　　$-\boxed{\text{キ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ク}}$

(イ)　$|3x+2|>4$　　$x<-\boxed{\text{ケ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}<x$

**解答例**

(1)　$x \geqq 2$ のとき　$x-2 \geqq 0$　より　$|x-2|=x-2$　よって　①

$x<2$ のとき　$x-2<0$　より　$|x-2|=-(x-2)=-x+2$　　よって　③

(2)　$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$

$1<\sqrt{3}<2$　より　$\sqrt{3}$ の整数部分は1

よって　$2+\sqrt{3}$ の整数部分は　$a=\mathbf{3}$　　小数部分は　$b=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

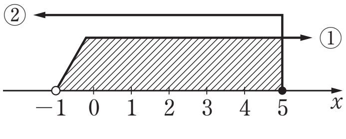
$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{3-1}=\dfrac{\boldsymbol{\sqrt{3}+1}}{\mathbf{2}}$

(3)　$\begin{cases} x-6<3x-4 & \cdots\cdots① \\ 3x-4 \leqq 2x+1 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①より　$-2x<2$　　$x>-1$　　　②より　$x \leqq 5$

①，②の共通部分を求めて　$-1<x \leqq 5$

これを満たす整数 $x$ は $x=0$，1，2，3，4，5 の **6** 個である．




(4)(ア)　$|x-3| \leqq 5$ より　$-5 \leqq x-3 \leqq 5$

よって　$\mathbf{-2} \leqq x \leqq \mathbf{8}$

(イ)　$|3x+2|>4$ より

$3x+2<-4$，$4<3x+2$　$3x<-6$，$2<3x$　　よって　$x<\mathbf{-2}$，$\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}<x$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。